Vícevrstvé sítě IV

Radial Basis Function sítě

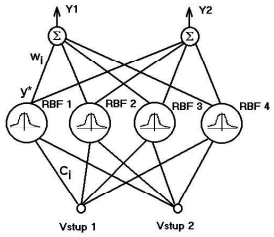
Základní charakteristika

- Dvouvrstvá síť, v každé vrstvě jiný typ neuronů,
- signál se v ní šíří dopředně,
- učí se s učitelem,
- autoři Bromhead, Lowe,
- datována 1988.

Aplikační oblast

- Klasifikátor,
- univerzální aproximátor,

Architektura RBF sítě



Neurony RBF sítě

- **Skrytá vrstva**,
  - vnitřní potenciál $\varphi = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - c_i)^2}$
  - „nějaká“ nelineární aktivační funkce
  - $y = f(\phi)$
- **výstupní vrstva**,
  - perceptron bez nelinearity $y = \sum_{i=1}^{n} w_i y_i^*$

Diskuse architektury

- RBF neurony:
  - vnitřní potenciál je mírou vzdálenosti vstupního vektoru a **prototypu** (reprezentovaného vahami neuronu),
  - aktivační funkce vymezuje **sféru vlivu**.
- Výstupní neurony:
  - nasčítávají přírůstky, tak aby požadovaná aproximace byla co nejpřesnější.

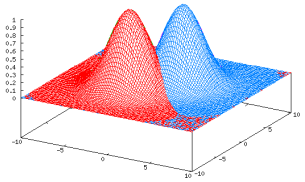
Sféra vlivu

- Hyperkoule se středem *C* a poloměrem *R*,
- RBF používá pro její určení Eukleidovskou metriku,
- prototyp reprezentuje jistou podmnožinu vstupních dat ve tvaru shluku,

Sféra vlivu - určení

- Nejčastěji se používá Gaussova funkce známá ze statistiky.
  - Pokud je vstupní vektor totožný s prototypem (tj. $\varphi = 0$), nabývá tato funkce maxima, které dosahuje hodnoty jedna. To je také maximální hodnota aktivity neuronu.
- Se zvětšující se vzdáleností od prototypu aktivita neuronu klesá. Parametr σ, jenž je analogií rozptylu normálního rozdělení, určuje strmost aktivační funkce.

Sféra vlivu - geometrická představa



Diskuse

- Gaussova funkce vyjadřuje míru příslušnosti vzoru k prototypu.
  - Je-li výstup neuronu blízký jedničce, pak je také vzor velmi podobný prototypu.
- Podobnost musíme ale uvažovat z pohledu Eukleidovské metriky, nikoliv z pohledu lidského oka
  - v řadě případů budou oba tyto pohledy (naštěstí) ve shodě.

Typické aktivační funkce RBF neuronů

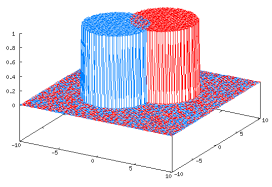
$y^* = \varphi$

$y^* = \varphi^2 \log \varphi$

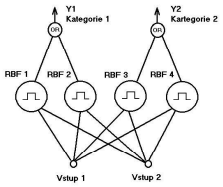
$y^* = (\varphi^2 + \beta)^\alpha,\ \beta \geq 0,\ 0 < \alpha < 1$

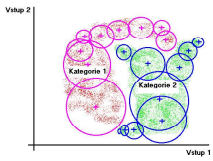
$$y^* = e^{-\frac{\varphi^2}{\sigma^2}}$$

Sféra vlivu u hardwarových implementací



RBF jako klasifikátor





Studie: RBF vs. BP

- Jak přiblížíte (geometrickou představou) klasifikaci sítí BP?
- Jak stejný problém řeší RBF?
- Konstatování:
  - jednoznačnou výhodou RBF sítí je kratší doba učení.

Základní pravidla pro stavbu sítě:

- Výstup RBF neuronu je vždy napojen pouze na jeden výstupní neuron (náleží pouze jedné kategorii).
- Více RBF neuronů může být napojeno na jeden výstupní neuron.
- Průnik sféry vlivu RBF neuronů náležejících dvěma různým kategoriím musí být prázdný.
- RBF neurony téže kategorie musí reprezentovat vzory dané kategorie s minimální chybou.

Učení RBF neuronových sítí

- Připomenutí:
  - jedná se o učení s učitelem, existují tedy dvojice
    - vzor x kategorie (klasifikátor),
    - argument funkce x funkční hodnota (aproximátor).
- Dvě fáze učení:
  - učení prototypů,
  - učení výstupních neuronů.

Učení prototypů I

- Předem odhadneme počet shluků ve vstupních datech,
- definujeme funkci příslušnosti *m* vzoru ke shluku,
- odhadneme souřadnice všech *p* vektorů C_p, které jsou středy shluků.

Učení prototypů I - pokračování

Kroky K-means algoritmu:

. Náhodně inicializuj středy RBF neuronů *C*.

. Vypočítej *m*() pro všechny vzory z trénovací množiny.

. Vypočítej nové středy *C* jako průměr všech vzorů, které náležely ke středu *k* podle funkce příslušnosti.

. Ukonči, jestliže se *m*() nemění, jinak pokračuj bodem 2

Učení prototypů II

- Adaptivní verze předchozího algoritmu.
- Připomíná učicí algoritmy perceptronových sítí využívající Hebbovské pravidlo modifikace vah.
  - Otázka: co říká to Hebbovské pravidlo?
  - (původní střed se o kousek „popostrčí“ blíže k učenému vzoru).

Učení prototypů II - pokračování

Kroky adaptivního K-means algoritmu:

. Náhodně inicializuj středy RBF neuronů *C*.

. Přečti vzor *X*.

. Urči k němu nejbližší nejbližší střed a změň jeho polohu podle pravidla:

$$\overline{C}_k^{(t+1)} = \overline{C}_k^t + \eta(\overline{X}^{(t)} - \overline{C}_k^t)$$

kde η je rychlost adaptace, která se postupně snižuje s počtem iterací.

. Ukonči, pokud $\eta = 0$ nebo po určitém počtu kroků. Jinak pokračuj bodem 2

Učení prototypů III

. Pokud neumíme odhadnout počet shluků v datech, vycházíme z jejich nulového počtu. Postup v tomto případě:

. Přečti vzor

. Vyhledej nejbližší shluk k. Pokud je vzdálenost menší než *r*, modifikuj střed shluku podle $\overline{C}_k^{(t+1)} = \overline{C}_k^t + \eta(\overline{X}^{(t)} - \overline{C}_k^t)$

. Pokud je vzdálenost větší než *r*, založ nový střed na pozici vzoru *X* , tj. .

$$\overline{C}_k^{t+1} = \overline{X}^{(t)}$$

. Ukonči, pokud $\eta = 0$, nebo po určitém počtu kroků. Jinak pokračuj bodem 2.

Určení parametru σ

- Parametr σ je možno určit jako střední kvadratickou vzdálenost vzorů od středu shluku.

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{Q}\sum_{i=1}^{Q}\left\|\overline{C}_k - \overline{X}_q\right\|^2}$$

- kde X_q je *q*-tý vzor náležející ke shluku se středem C_k.

Učení vah výstupních neuronů

- Váhy ve výstupní vrstvě budeme opakovaně upravovat tak, abychom minimalizovali energetickou funkci:

$$\Delta\overline{w}^{(t)} = -\eta\nabla E^{(t)} = \eta(D^{(t)} - Y^{(t)})Y^{*(t)}$$

- Vzpomínáte si? Co vám to připomíná?

Energetickou funkcí je v tomto případě

$$E = \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}\left(d_i^{(t)} - y_i^{(t)}\right)^2$$

Pro odvození vztahu pro úpravu vah jsme použili gradientní algoritmus.

Implementace sítě RBF – neuročip ZISC 36

- Neuročip ZISC (Zero Instruction Set Computer) vyrábí firma IBM.
- Jedná se o jednoúčelový procesor s pevně danou funkcí, který lze omezeně konfigurovat, ale nikoliv programovat.
- Číslo 36 v názvu udává počet neuronů implementovaných v jednom pouzdře.

Charakteristiky neuročipu

- Prototyp má dimenzi 64.
- Dimenze prototypu zároveň určuje dimenzi vstupního vektoru, a proto ji není možno dále rozšiřovat.
- Pro snížení obvodové náročnosti byla v neuročipu uplatněna řada zjednodušení:
  - odstranění operace druhé mocniny při výpočtu Eukleidovské vzdálenosti.

Neuročip implementuje tyto metriky:

L1: $\varphi = \sum_{i=1}^{n} |x_i - c_i|$

L2 : $\varphi = \underset{i=1}{\overset{n}{\text{Max}}}(|x_i - c_i|)$

Geometrická interpretace

- Sféra vlivu pro metriku L1 má v pro dvojrozměrný případ tvar čtverce postaveného na jeden z vrcholů (strany svírají s osou x úhel 45°).
- Metrika L2 má tvar čtverce položeného na jednu ze stran.
- Volba mezi metrikami se provádí v rámci konfigurace obvodu.

ZISC Akcelerátor pro PC

- Protože neuročip ZISC 36 obsahuje jen 36 neuronů, vyvinula firma IBM akcelerátor v podobě PCI karty do PC, která může nést tři moduly, každý se šesti neuročipy. Ve své plné konfiguraci (včetně jednoho neuročipu na základní desce) poskytuje celkem 684 neuronů.
- Tento akcelerátor Neuronová skupina provozuje